



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

PROGRAMA DE ESTUDIOS

| | | | | |
|--|---------------------------------|----------|-------------------------------|----------|
| UNIDAD | IZTAPALAPA | DIVISION | CIENCIAS BASICAS E INGENIERIA | 1 / 4 |
| NOMBRE DEL PLAN MAESTRIA EN CIENCIAS (MATEMATICAS) | | | | |
| CLAVE | UNIDAD DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE | | CREDITOS | 9 |
| 213786 | PROBABILIDAD Y MARTINGALAS | | TIPO | OPT. |
| H.TEOR. 4.5 | SERIACION AUTORIZACION | | TRIM. | II AL VI |
| H.PRAC. 0.0 | | | | |

OBJETIVO(S):

Que el alumno adquiriera los conocimientos fundamentales de la teoría de probabilidad, en base a la teoría de la medida y la teoría de Martingalas en tiempo discreto y continuo.

CONTENIDO SINTETICO:

1. ESPACIOS DE MEDIDA.

Definición de sigma-álgebra, sigma-álgebras de Borel, pi-sistemas, medidas, propiedades de convergencia monótona de medidas. Enunciado del teorema de extensión única de una medida a la sigma-álgebra generada por un pi-sistema.

2. ESPACIOS DE PROBABILIDAD.

Eventos, lim sup y lim inf, de sucesiones de eventos, lema de Borel-Cantelli para el lim sup de eventos.

3. VARIABLES ALEATORIAS (V.A.).

Propiedad de medibilidad de la suma y producto de v.a. discretas, medibilidad del lim sup, lim inf de v.a., sigma-álgebra generada por una colección de v.a., ley de una v.a., función de distribución de una v.a., enunciado del



UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

R. Luna

APROBADO POR EL COLEGIO ACADEMICO

EN SU SESION NUM. 255

EL SECRETARIO DEL COLEGIO

CLAVE 213786

PROBABILIDAD Y MARTINGALAS

teorema de clases monótonas.

4. INDEPENDENCIA.

Independencia de sigma-álgebras. Independencia de v.a. Lema de Borel-Cantelli para sucesiones de eventos independientes, sigmas-álgebras de eventos asintóticos (Tail sigma-álgebras), ley cero-uno de Kolmogorov.

5. INTEGRACIÓN.

Integral de funciones simples, teorema de la convergencia monótona, lema de Fatou-Lebesgue, teorema de la convergencia dominada.

6. INTEGRABILIDAD UNIFORME.

Integrabilidad uniforme y convergencia en L^1 .

7. ESPERANZA.

Definición de esperanza, los teoremas de convergencia monótona, dominada y de Fatou-Lebesgue, desigualdad de Markov, desigualdad de Jensen, espacios L_p , desigualdad de Holder, desigualdad de Minkowski, completez de los espacios L_p , proyección ortogonal, ley fuerte de los grandes números, desigualdad de Chebychev.

8. ESPACIOS PRODUCTO.

Sigmas-álgebras producto, Teorema de Fubini.

9. ESPERANZA CONDICIONAL.

Esperanza condicional dada una subsigma-álgebra G de una sigma-álgebra F como proyección ortogonal, propiedades de la esperanza condicional.

10. MARTINGALAS EN TIEMPO DISCRETO.

Filtraciones, tiempos de paro, procesos adaptados y previsibles, Martingalas, supermartingalas y submartingalas, ejemplos, descomposición canónica de



UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'R. L. ...'.

APROBADO POR EL COLEGIO ACADEMICO

EN SU SESION NUM. 255

EL SECRETARIO DEL COLEGIO

CLAVE 213786

PROBABILIDAD Y MARTINGALAS

submartingalas, martingalas y submartingalas paradas en un tiempo de paro.

11. MARTINGALAS EN TIEMPO CONTINUO.

Desigualdad de Jensen para martingalas, procesos adaptados y previsibles, teorema de paro de Doob y regularidad de trayectorias.

MODALIDADES DE CONDUCCION DEL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE:

Los temas serán expuestos por el profesor. Se dejarán listas de ejercicios.

MODALIDADES DE EVALUACION:

Al menos dos evaluaciones periódicas y/o una evaluación terminal, 80%.
Tareas y ejercicios, 20%.

BIBLIOGRAFIA NECESARIA O RECOMENDABLE:

1. Ash, R.B., Real Analysis and Probability. Academic Press, New York, 1974.
2. Bouleau, N., Martingales and Financial Markets, Springer Verlag, 2003.
3. Bouleau, N. & Lépingle, D., Numerical Methods for Stochastic Processes, Wiley-Interscience, 1st ed., 1993.
4. Billingsley, P., Probability and Measure, Wiley-Interscience, 3d. ed., 1995.
5. Rogers, L.C.G. & Williams D., Diffusions, Markov Processes and Martingales, vols. 1, 2, Cambridge University Press, 2nd ed., 2000.
6. Ruiz de Chávez, J., Integral de Ito para semimartingalas continuas. Colección CBI, UAM-I, 1995.
7. Vaillant N., Probability Tutorials. <http://www.probability.net/>, 2000.



UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

APROBADO POR EL COLEGIO ACADEMICO
EN SU SESION NUM. 255

EL SECRETARIO DEL COLEGIO

NOMBRE DEL PLAN MAESTRIA EN CIENCIAS (MATEMATICAS)

4 / 4

CLAVE 213786

PROBABILIDAD Y MARTINGALAS

Williams D., Probability with Martingales. Cambridge Mathematical Textbook, 1991.



CASA ABIERTA AL TIEMPO

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

Ruiz

APROBADO POR EL COLEGIO ACADEMICO

EN SU SESION NUM. 255

EL SECRETARIO DEL COLEGIO